

## Ćw. 6 Pomiary oporu aerodynamicznego

### 1. Cel ćwiczenia

Cele ćwiczenia są następujące:

1. Pomiar oporu profilu kołowego metodą badania rozkładu ciśnienia na jego powierzchni.
2. Wzorcowanie metody straty pędu w śladzie aerodynamicznym.
3. Wykorzystanie metody straty pędu w śladzie aerodynamicznym do określenia wpływu szorstkości powierzchni walca na jego opór.

### 2. Podstawy teoretyczne

Siła aerodynamiczna jest wypadkową elementarnych sił wywołanych na powierzchni ciała stałego przez opływający je płyn. Rzut siły aerodynamicznej na kierunek prędkości nazywamy oporem aerodynamicznym.

W przepływie płaskim opór aerodynamiczny składa się z:

-oporu ciśnieniowego, zwanego też oporem kształtu (rzut sił normalnych na kierunek  $\vec{v}_\infty$ )

$$P_{xc} = \iint_s p \vec{n} \cos(-\vec{n}, \vec{v}_\infty) d s, \quad (1)$$

gdzie  $\vec{n}$  - normalna zewnętrzna elementu łuku  $d s$  (patrz rys. 3),

-oporu tarcia (rzut sił stycznych na kierunek  $\vec{v}_\infty$ )

$$P_{xt} = \iint_s \vec{\tau} \cos(\vec{s}, \vec{v}_\infty) d s, \quad (2)$$

gdzie przez  $(\vec{s}, \vec{v}_\infty)$  rozumiemy kąt między styczną do profilu, mającą ten sam zwrot co  $\vec{\tau}$ , a kierunkiem prędkości  $\vec{v}_\infty$ .

Ich suma jest oporem profilowym

$$P_x = P_{xc} + P_{xt}. \quad (3)$$

Wzajemny udział oporu ciśnieniowego i oporu tarcia w oporze profilowym zależy od kształtu ciała, jego ustawienia względem kierunku przepływu i charakteru przepływu w warstwie przyściennej. I tak np. dla płaskiej płytki ustawionej prostopadle do kierunku prędkości, opór ciśnieniowy stanowi całość oporu aerodynamicznego, zaś dla tej samej płytki ustawionej równolegle, opór ciśnieniowy jest równy zeru, a opór profilowy jest równy oporowi tarcia. Dla innych kształtów np. walec lub kula  $P_{xc} \gg P_{xt}$ , dla profilu

lotniczego ustawionego pod niewielkim kątem natarcia  $P_{xc} \ll P_{xt}$ . Czasami opór całkowity może być nawet nieco mniejszy od oporu ciśnieniowego, gdyż część konturu opływana jest w kierunku przeciwnym do działania wypadkowej siły  $P_x$ .

Ogólnie przyjmujemy, że kształty „opływowe” to te, dla których opór tarcia stanowi główną część oporu aerodynamicznego, zaś kształty „nieopływowe” to te, dla których opór tarcia jest pomijalnie mały w porównaniu z oporem ciśnieniowym.

Siły aerodynamiczne, a więc i opór można mierzyć następującymi metodami:

- 1) korzystając z zasady zachowania pędu,
- 2) wykorzystując pomiar rozkładu ciśnień i naprężeń stycznych na powierzchni opływającego ciała,
- 3) wagowo (bezpośredni pomiar siły),.

Metoda 3) omówiona jest szczegółowo w ćwiczeniu „Pomiary wagowe sił aerodynamicznych”. W niniejszym ćwiczeniu poznamy metody 1) i 2) i wykorzystamy je do wyznaczenia współczynników oporu aerodynamicznego profilu kołowego gładkiego i szorstkiego.

### 2.1. Metoda 1

W odniesieniu do jednostki czasu zmiana pędu płynu jest równa sumie sił działających na płyn objęty powierzchnią kontrolną  $\delta$

$$\iint_\delta \rho V_n \vec{V} d \delta = \Sigma \vec{P}. \quad (4)$$

Jako siły działające na płyn rozumiemy siły powierzchniowe na powierzchni  $\delta$  (styczne i normalne) oraz siły oddziaływania ciał stałych znajdujących się wewnątrz przestrzeni kontrolnej (pomijamy siły grawitacyjne).

Wypadkowa sił powierzchniowych normalnych (ciśnieniowych) wynosi:

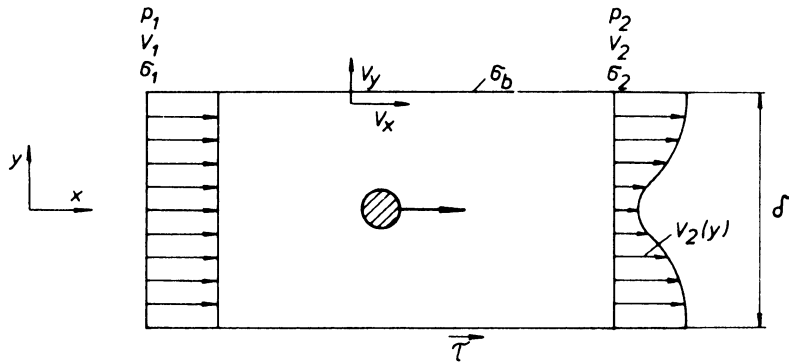
$$\vec{P}_c = - \iint_\sigma p \vec{n} d \sigma, \quad (5)$$

(znak minus, gdyż za dodatni przyjmujemy kierunek normalnej zewnętrznej do powierzchni  $\delta$ ).

Wypadkowa sił stycznych wynosi natomiast:

$$\vec{P}_t = \iint_\delta \vec{\tau} d \sigma. \quad (5)$$

Wypadkowa sił stycznych wynosi natomiast:



Rys.1 Przestrzeń kontrolna dla bilansu pędu

Dla powierzchni kontrolnej jak na rys.1 (powierzchnie boczne równoległe do kierunku przepływu) zasadę zachowania ilości ruchu (pędu) w kierunku przepływu można zapisać:

$$\begin{aligned} & - \iint_{\sigma_1} \rho V_1^2 d\sigma + \iint_{\sigma_b} \rho V_y V_x d\sigma + \iint_{\sigma_2} \rho V_2^2 d\sigma = \\ & = \iint_{\sigma_1} p_1 d\sigma + \iint_{\sigma_b} \tau d\sigma - \iint_{\sigma_2} p_2 d\sigma - P_x, \end{aligned} \quad (7)$$

gdzie:

$\rho V_y d\sigma$  - elementarny wydatek masowy przez element powierzchni bocznej  $d\sigma_b$ ,

$V_x$  - składowa prędkości w kierunku  $x$ ,

$V_2$  - prędkość w śladzie aerodynamicznym (zależna od  $y$ ).

Jeśli przez  $P_x$  oznaczymy siłę oddziaływania płynu na ciało (czyli opór), to wypadkowa siła oddziaływania ciała stałego znajdującego się w przestrzeni kontrolnej wynosi  $-P_x$ .

Z równania ciągłości wynika, że:

$$- \iint_{\sigma_1} \rho V_1 d\sigma + \iint_{\sigma_b} \rho V_y d\sigma + \iint_{\sigma_2} \rho V_2 d\sigma = 0. \quad (8)$$

Wobec  $\sigma_1 = \sigma_2$  na podstawie (8) mamy

$$\iint_{\sigma_b} \rho V_y d\sigma = \iint_{\sigma_1 = \sigma_2} \rho (V_1 - V_2) d\sigma. \quad (9)$$

Zauważmy, że gdy  $\delta \rightarrow \infty$  to  $V_x \rightarrow V_1$ , a wtedy

$$\iint_{\sigma_b} \rho V_x V_y d\sigma \rightarrow V_1 \iint_{\sigma_b} \rho V_y d\sigma = \iint_{\sigma_2} \rho V_1 (V_1 - V_2) d\sigma. \quad (10)$$

Siły styczne  $\left( \iint_{\sigma_b} \tau d\sigma \right)$  na powierzchniach bocznych, w przypadku gdy

ich odległość ( $\delta$ ) jest dużo większa od szerokości śladu aerodynamicznego, można zaniedbać. Uwzględniając ten warunek oraz zależność (10), równanie (7) otrzymuje po przekształceniach postać:

$$P_x = \iint_{\delta} (p_1 - p_2) d\sigma + \iint_{\sigma} \rho V_2 (V_1 - V_2) d\sigma. \quad (11)$$

Dla przepływu płaskiego opór modelu o jednostkowej długości wyniesie

$$P_x = \int_{\delta} (p_1 - p_2) dy + \int_{\delta} \rho V_2 (V_1 - V_2) dy. \quad (12)$$

Zauważmy, że mierząc opór modelu w otwartej przestrzeni pomiarowej tunelu aerodynamicznego mamy  $p_1 = p_2 = p_a$ . Jeśli tylko przekroje 1 i 2 są wystarczająco odległe od modelu. W takim przypadku pierwszy człon prawej strony równania (12) jest równy 0. Te same warunki są spełnione, gdy pomiaru oporu dokonujemy podczas lotu samolotu.

Wykorzystując definicję współczynnika oporu  $C_x = \frac{2 P_x}{\rho V_{\infty}^2}$  i przyjmując, że

$V_1 = V_{\infty}$  a  $V_2 = V_{\text{śladu}}$  otrzymamy z zależności (12)

$$C_x = \frac{2}{V_{\infty}^2 S} \int_{\delta} V_2 (V_{\infty} - V_2) dy. \quad (13)$$

Dla profilu kołowego o jednostkowej długości, wobec  $S = d l$  oraz uwzględniając definicję ciśnienia dynamicznego  $q = \frac{\rho V_{\infty}^2}{2}$  otrzymamy najwygodniejszą (z punktu widzenia praktyki laboratoryjnej) postać wzoru na  $C_x$

$$C_x = \frac{2}{d} \int_0^{\delta} \frac{\sqrt{q_2}}{\sqrt{q}} \left( 1 - \frac{\sqrt{q_2}}{\sqrt{q}} \right) dy. \quad (14)$$

Ze wzoru (14) wynika, że wystarczy pomierzyć rozkład ciśnienia dynamicznego w jednym przekroju śladu aerodynamicznego aby określić  $C_x$ .

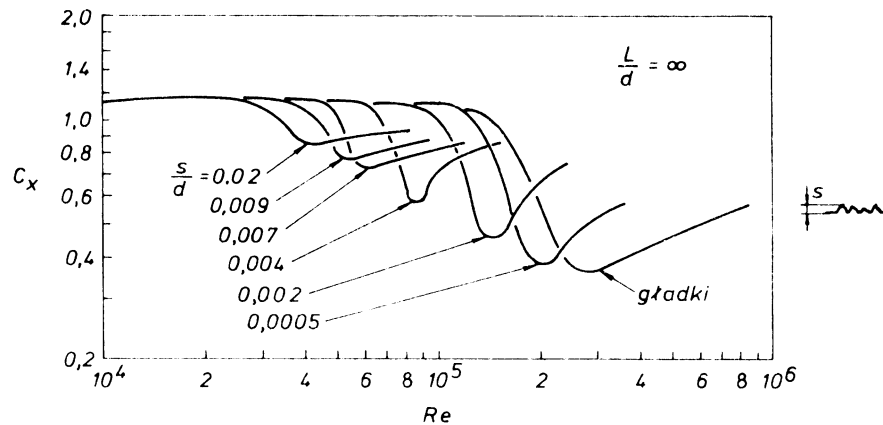
W praktyce nie wszystkie założenia, które zostały wykorzystane do wyprowadzenia zależności (13) (tzn.  $\delta \rightarrow \infty$ ,  $p_1 = p_2$ ,  $V_1 = V_{\infty} = V_2$ ) mogą być dokładnie spełnione podczas doświadczenia, więc metoda wymaga

wzorcowania. Wzorcowania dokonujemy mierząc opór inną metodą lub wykorzystując dane katalogowe. Porównując otrzymany wynik możemy do wzoru (13) wprowadzić współczynnik poprawkowy  $K$ , który jest stały dla danych warunków pomiarowych.

$$K = C_{x \text{ wzorcowe}} / C_{x \text{ met. śladu}}$$

Jako warunki pomiarowe należy tu rozumieć: rodzaj tunelu, stosunek wymiarów modelu do wymiarów przestrzeni pomiarowej, miejsce ustawienia modelu w tunelu, odległość przekroju pomiarowego od modelu, zakres całkowania.

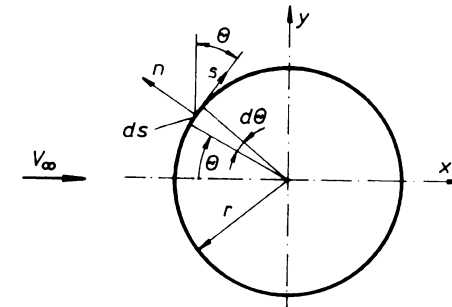
W ćwiczeniu jako modelu wzorcowego użyjemy gładkiego profilu kołowego, którego współczynnik oporu w zależności od liczby  $Re$  pokazano na rysunku 2.



Rys.2 Współczynnik oporu walca w funkcji chropowatości powierzchni i liczby Reynoldsa

## 2.2. Metoda 2

Jak wynika ze wzoru (1), warunkiem wyznaczenia oporu ciśnieniowego jest znajomość rozkładu ciśnienia na powierzchni ciała. Wobec braku metod teoretycznych, pozwalających wyznaczyć ciśnienie na powierzchni bryły o dowolnym kształcie opływanej płynem lepkiem, konieczne jest korzystanie z danych doświadczalnych. Wartość oporu otrzymujemy poprzez całkowanie graficzne lub numeryczne wzoru (1).



Rys. 3. Układ współrzędnych

W przypadku walca kołowego o jednostkowej długości z rys. 3 wynika, że  $ds = r d\theta$ ,

$$\cos(-\vec{n}, \vec{V}) = \cos \theta.$$

Wzór (1) można przepisać w postaci:

$$P_{xc} = \int_0^{2\pi} p r \cos \theta d\theta. \quad (15)$$

Dzieląc siłę oporu ciśnieniowego przez ciśnienie dynamiczne  $q = \frac{\rho V_\infty^2}{2}$  oraz powierzchnię odniesienia  $S = d L$  otrzymamy bezwymiarowy współczynnik oporu ciśnieniowego

$$C_{xc} = \frac{P_{xc}}{q d L}. \quad (16)$$

Uwzględniając symetrię profilu oraz przechodząc do kąta mierzony w stopniach, otrzymamy

$$P_{xc} = \frac{\pi d L}{180} \int_0^{180} p \cos \theta d\theta,$$

gdzie  $d$  oznacza średnicę walca, a  $L$  jego długość.

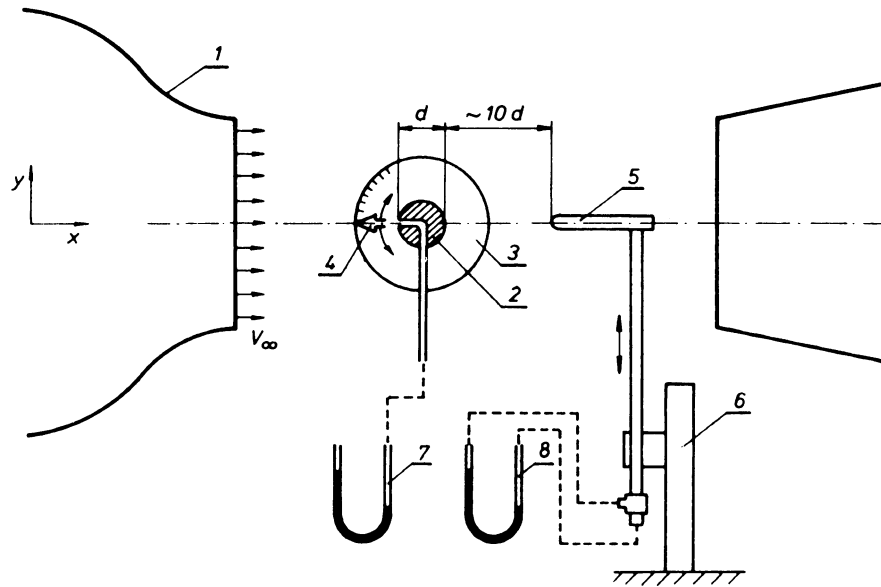
Dla walca o jednostkowej długości, korzystając z definicji (1) mamy

$$C_{xc} = \frac{\pi}{180 q} \int_0^{180} p \cos \theta d\theta \quad (17)$$

## 3. Stanowisko pomiarowe

Schemat stanowiska przedstawiono na rys. 4. W otwartej przestrzeni

pomiarowej tunelu aerodynamicznego 1 umieszczony jest badany model (walec kołowy) 2. Przez obracanie walca 2 wokół osi można uzyskać różne położenia otworka pomiarowego, które odczytuje się na skali 3 dzięki wskazówce 4 związanej z walcem. Ciśnienie w otworku pomiarowym (w odniesieniu do ciśnienia atmosferycznego) mierzy manometr 7. W odległości ok. 10 średnic za walcem umieszczona jest rurka Prandtla 5, której położenie ustalane jest posuwem 6. Różnica ciśnień mierzona jest manometrem 8.



Rys. 4 Stanowisko do wyznaczania oporu walca

#### 4. Wykonanie ćwiczenia

Zmierzyć i zapisać w protokole pomiarowym:

- ciśnienie atmosferyczne  $p_a$ ,
- temperaturę otoczenia  $t$  °C,
- ciśnienie statyczne w przestrzeni pomiarowej  $p_\infty = p_a + \Delta p_\infty$  gdzie:
  - $\Delta p_\infty$  - ciśnienie wskazywane przez manometr podłączony do otworków  $p_{st}$  rurki Prandtla umieszczonej w przepływie o ciśnieniu dynamicznym  $q$ ,
- ciśnienie dynamiczne strumienia niezakłóconego  $q = p_0 - p_\infty$  gdzie  $p_0$  - ciśnienie spiętrzenia.

#### Część A

- Pomierzyć rozkład ciśnienia dynamicznego w śladzie za badanym profilem (zalecana wielkość  $\Delta y = 5$  mm a zakres  $y$  nie mniej niż 140 mm).
- Obliczyć  $C_x$  ze wzoru

$$C_x = \frac{2}{d} \sum_{i=1}^n \frac{V_{sl}}{V_\infty} \left( 1 - \frac{V_{sl}}{V_\infty} \right) dy$$

gdzie:  $V_{sl} = \frac{V_i + V_{i+1}}{2}$ ,  $V_i = \sqrt{\frac{2q_i}{\rho}}$ ,  $\Delta y = y_{i+1} - y_i$

- wyznaczyć współczynnik korekcyjny  $K$  (kalibracji metody)

$$K = \frac{C_{xw}(\text{wzorcowe})}{C_{x(\text{met.}_\text{ladu})}}$$

gdzie  $C_{xw}$  - wartość wzorcowa odczytana z wykresu  $C_x(Re)$

$Re$  należy obliczyć następująco:

$$Re = \frac{V d}{\nu}, \quad V = \sqrt{\frac{2q}{\rho}}, \quad \rho = \frac{p_\infty}{R(273 + t)}$$

- Nasunąć na walec tulejkę z papieru ściernego o znanej ziarnistości i dokonać ponownych pomiarów rozkładu ciśnienia dynamicznego w śladzie za profilem (w tym samym miejscu i dla tego samego zakresu  $y$  jak przy kalibracji).
- Obliczyć współczynnik oporu walca szorstkiego z uwzględnieniem uprzednio wyznaczonego współczynnika kalibracji.
- Powtórzyć pomiary i obliczenia dla innych liczb  $Re$ .
- Nanieść otrzymane wyniki na wykres  $C_x(Re)$  i podać uzasadnienie fizyczne obserwowanych zmian  $C_x$ .

#### Część B

- Sprawdzić położenie otworka pomiarowego. przy pracującym tunelu ustawić otworek w położeniu  $\theta = \pm 10^\circ$ . Jeśli manometr wskazuje to samo ciśnienie w obu położeniach walca, wzajemne położenie wskazówki i otworka jest prawidłowe. W przeciwnym razie należy odpowiednio skorygować położenie wskazówki.

2. Zmierzyć różnicę ciśnień  $\Delta p_i$  między ciśnieniem na powierzchni walca gładkiego a ciśnieniem atmosferycznym odpowiadające różnym położeniom  $\theta_i$  otworka pomiarowego dla tych samych wartości  $q$  co w części A.

Uwaga. Przy  $\theta_i \approx 30^\circ$  następuje zmiana znaku wielkości  $\Delta p_i$ , wskazywanej przez manometr. Jeśli do pomiarów używany jest manometr cieczowy to w chwili zmiany znaku  $\Delta p_i$  należy zmienić podłączenie manometru.

3. Wykonać wykres  $p_i - p_\infty = \Delta p_i - \Delta p_\infty = f(\theta_i)$  odkładając wyznaczone wartości prostopadle od okręgu reprezentującego powierzchnię modelu.

4. Obliczyć  $C_{xc}$  wg wzoru

$$C_{xc} = \frac{\pi}{36q_\infty} \sum_{i=1}^{36} \frac{\Delta p_i \cos \Theta_i + \Delta p_{i+1} \cos \Theta_{i+1}}{2}$$

Należy zwrócić uwagę, że w celu obliczenia  $C_{xc}$  można posłużyć się tylko wartościami  $\Delta p_i$  (tj. wartościami mierzonymi bezpośrednio manometrem) gdyż:

$$\oint p_i = \oint (p_a + \Delta p_i) = \oint \Delta p_i.$$

5. Oszacować udział oporu tarcia w oporze profilowym walca kołowego poprzez porównanie wyników doświadczenia z wartościami z rys. 2.

$$C_{xt} = C_{xw} - C_{xc}.$$